

Concursul de Matematică
„Nicanor Moroșan” - Pârteștii de Jos
Ediția a XV-a
01.04.2023

Clasa a VIII – a

1. Fie expresia:

$$E(x) = \left(\frac{2}{x+2} + \frac{4x}{4-x^2} + \frac{-6x-6}{x^2-x-2} \right) \cdot (2-x), \text{ unde } x \in \mathbb{R} \setminus \{-2; -1; 2\}.$$

a) Arătați că expresia $E(x)$ nu depinde de x .

(4 puncte)

b) Determinați numerele întregi nenule n pentru care fracția $\frac{(n+1)E(n)}{3n+1}$ este număr întreg.

(3 puncte)

2. a) Se consideră suma $S = \frac{3}{5 \cdot 8} + \frac{3}{8 \cdot 11} + \frac{3}{11 \cdot 14} + \dots + \frac{3}{62 \cdot 65}$.

Arătați că S este termen al intervalului $(0,1(6); 0, (2))$.

(4 puncte)

b) Determinați numerele reale x, y, z care îndeplinesc următoarea condiție:

$$\sqrt{9x^2 - 12x + 20} + \sqrt{y^2 + 6y + 10} + \sqrt{4z^2 - 4z + 5} \leq 7.$$

(3 puncte)

3. Fie o piramidă triunghiulară regulată notată $VABC$, cu baza triunghiul echilateral ABC și $AB = 12m$. Punctul M este mijlocul segmentului BC și $VM = 6\sqrt{3}m$, iar VO este înălțimea piramidei.

a) Determinați cosinusul unghiului format de o față laterală a piramidei cu planul bazei.

(4 puncte)

b) Demonstrați că distanța de la mijlocul înălțimii VO la dreapta VA este mai mică decât $3m$.

(3 puncte)

4. Fie cubul $ABCD A'B'C'D'$ de muchie a , în care O este centrul pătratului $BCC'B'$ și P mijlocul segmentului AB .

a) Arătați că $PO \parallel (A'C'C)$.

(3 puncte)

b) Dacă M este piciorul perpendicularei dusă din punctul D pe segmentul CP , demonstrați că $OM \perp PC$.

(4 puncte)

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru: 2 ore.

Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.